

Nämä tehtävät käsitellään 24. ja 25.3..

1. Osoita, että äärettömän syvässä laatikossa olevan hiukkasen stationaariset tilat $\psi_n(t, x) = e^{-i\frac{E_n t}{\hbar}} \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ ovat ortogonaalisia ja normitettuja, eli *ortonormitettuja*:

$$\int_0^L dx \psi_m^*(t, x) \psi_n(t, x) = \delta_{mn} .$$

Pisteen saadakseen riittää tarkastella tiloja $m = 1$ ja $n = 2$, mutta kannattaa laskeskella yleinen tapauskin. (Vihje: käytä sinin eksponenttifunktioesitystä.)

2. Olkoon äärettömän syvässä laatikossa oleva hiukkanen perustilassaan. Millä todennäköisyydellä hiukkanen löytyy väliltä $[0.50L, 0.51L]$? Entä silloin kun se on ensimmäisessä viritetyssä tilassa?
3. Tutkaillaan, miten energian kvantittuminen näkyy makroskooppisten esineiden tapauksessa. Olkoon 5 g:n massainen helmi pujotettuna 40 cm:n pituiseen naruun, jonka päistä se ei pääse pois. Arvioi helmen alimman tilan energia laatikkopotentiaalia käyttäen. Arvioi, voidaanko tämä tila käytännössä erottaa klassisen fysiikan perustilasta, jossa $E_{\text{kin}} = 0$. Oletetaan, että helmi liikkuu nopeudella 20 cm/s. Mitä laatikkopotentiaalin viritystilaa tämä vastaa? Kuinka paljon lisäenergiaa tarvitaan, jotta helmi siirtyisi seuraavalle viritystilalle?
4. β -karoteeni on molekyyliketju, jossa on 22 melko vapaasti liikkuvaa elektronia. Approksimoidaan sen energiatasoja yksiulotteisella äärettömän syvällä potentiaalikuopalla, jossa elektronit miehittävät 11 alinta energiatasoa. (Paulin kielto säännön mukaan kullakin tasolla voi olla korkeintaan kaksi elektronia.) Mittausten mukaan β -karoteeni absorboi voimakkaasti siniviolettiä valoa aallonpituudella 451 nm. Arvioi molekyylin pituus. Minkä väriseltä näyttää päivänvalossa paljon β -karoteenia sisältävä hedelmä tai juures? (Vihje: tarkastele pienintä mahdollista energian muutosta systeemissä.)