Nämä tehtävät käsitellään 31.3. ja 1.4.2014.

1. Tarkastellaan Bohrin atomimallia Heisenbergin epämääräisyysperiaatteen valossa. Olkoon elektroni vetyatomin alimmalla energiatilalla. Jos paikan epämääräisyydeksi otetaan Bohrin radan säde, niin mikä on liikemäärän epämääräisyys (Bohrin atomimallin perustilan liikemäärän yksiköissä)? Entä jos liikemäärän epämääräisyydeksi otetaan Bohrin atomimallin perustilan liikemäärän itseisarvo, niin mikä on paikan epämääräisyys (Bohrin säteen yksiköissä)? Mitä tämä kertoo Bohrin atomimallista?

2. Vetyatomin perustilan aaltofunktio on $\psi_{100}(t,r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-i\frac{E_1 t}{\hbar}} e^{-r/a_0}$, missä a_0 on Bohrin säde. Laske säteen odotusarvo $\langle r \rangle$. (Vihje: Osittaisintegrointi. Muista kolmiulotteinen tilavuuselementti integraalissa!) Vertaa säteen arvoon Bohrin atomimallissa. Mitä tämä kertoo Bohrin atomimallista?

3. Tarkastellaan hiukkasta äärettömän syvässä laatikossa perustilassaan. Laske paikan odotusarvo $\langle x \rangle$, paikan neliön odotusarvo $\langle x^2 \rangle$ ja lopulta paikan epämääräisyys $\Delta x \equiv \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$. (Vihje: kannattaa sijoittaa $\theta = \pi x/L$, jolloin $dx = L d\theta/\pi$ ja integroimisrajat ovat $[0, \pi]$, ja sitten osittaisintegroida. Muista että odotusarvo on $\langle f \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi^* f \psi$.)

4. Laatikossa oleva hiukkanen tosiaan viihtyy perustilassaan. Laske liikemäärän odotusarvo $\langle p \rangle$, liikemäärän neliön odotusarvo $\langle p^2 \rangle$ ja liikemäärän epämääräisyys $\Delta p \equiv \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}$. (Liikemäärän odotusarvo on $\langle p \rangle = -i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x}$ ja liikemäärän neliön odotusarvo on $\langle p^2 \rangle = -\hbar^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi^* \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$.) Laske tulo $\Delta x \Delta p$ ja vertaa Heisenbergin epämääräisyysperiaatteeseen.