

Nämä tehtävät käsitellään 14.-15.4.

1. Johda Bellin epäyhtälö ja osoita, että se rikkoutuu kvanttimekaniikassa. Oleta tunnetuksi, että kun hiukkasen spiniksi on suunnassa \mathbf{a} mitattu $-$, niin suunnan \mathbf{b} ominaistilojen avulla ilmaistuna tila on

$$|-\rangle_{\mathbf{a}} = \cos\left(\frac{\theta_{\mathbf{ab}}}{2}\right) |-\rangle_{\mathbf{b}} + \sin\left(\frac{\theta_{\mathbf{ab}}}{2}\right) |+\rangle_{\mathbf{b}},$$

missä $\theta_{\mathbf{ab}}$ on vektorien \mathbf{a} ja \mathbf{b} välinen kulma. Jos tässä olisi kosinin ja sinin tilalla näiden kolmannet potenssit, $\cos \rightarrow \cos^3$, $\sin \rightarrow \sin^3$, ja valitaan $\theta_{\mathbf{ac}} = \theta_{\mathbf{cb}} \equiv \theta$ ja $\theta_{\mathbf{ab}} = 2\theta$, niin rikkoutuisiko Bellin epäyhtälö? Jos rikkoutuisi, niin millä kulman θ arvoilla? (Miksi kvanttimekaniikassa ei oikeasti voi olla sinin ja kosinin tilalla niiden kolmansia potensseja?) (Vihje: seuraa luentomonistetta.)

2. Tarkastellaan QED:tä. Piirrä seuraavien vuorovaikutusten yksinkertaisimmat Feynmanin diagrammit (eli sellaiset, joissa on pienin mahdollinen määrä verteksejä). Mitä kertalukua reaktioiden todennäköisyysamplitudi on varauksen e suhteen?
 - a) $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$
 - b) $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$
 - c) $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma + \gamma$
 - d) $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$
3. Mitä säilymlakeja seuraavat reaktiot rikkovat? (Pionin π^+ kvarkkisisältö on $u\bar{d}$; viiva hiukkasen kirjaimen päällä tarkoittaa antihiukkasta.)
 - a) $e^- \rightarrow \gamma + \gamma$
 - b) $e^- \rightarrow e^- + \gamma$
 - c) $p \rightarrow n + e^+ + \bar{\nu}_e$
 - d) $n \rightarrow p + e^-$
 - e) $p \rightarrow \pi^+ + \gamma$
4. Tarkastellaan reaktiota $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$, jossa elektronit vaihtavat yhden fotonin. Osoita, että vaihdettu foton on virtuaalinen, eli $q^2 = (q^0)^2 - \vec{q}^2 \neq 0$, missä q^α on fotonin neli-impulssi. (Tästä reaktiosta voi johtaa Coulombin potentiaalin.) (Vihje: kirjoita elektronien ja fotonin neli-impulssit ja ota huomioon että ne säilyvät verteksissä ja että elektronit ovat reaalisia.)