

Nämä tehtävät käsitellään 28.-29.4.. Pääsiäisen takia 21.4.-22.4. ei ole laskuharjoituksia. Nämä ovat viimeiset laskuharjoitustehtävät. Loppukoe on perjantaina 9.5. kello 9.00-13.00 Physicumissa salissa D101.

- Higgsin kenttä antaa massan muille alkeishiukkasille kuin itselleen (ja ehkä neutriinoille). Massan arvo on hiukkasella  $i$  on  $m_i = h_i\varphi_0/c^2$ , missä  $\varphi_0 = \langle 0|\hat{\varphi}|0\rangle$  on Higgsin kenttää kuvaavan operaattorin odotusarvo tyhjöissä ja  $h_i$  on vakio joka kertoo, miten voimakkaasti hiukkaslaji  $i$  vuorovaikuttaa Higgsin kentän kanssa. Higgsin kentän tyhjöodotusarvo  $\varphi_0$  määräytyy siitä, että potentiaali  $V(\varphi) = -\frac{1}{2}m_H^2c^4\varphi^2 + \frac{1}{4}\lambda\varphi^4$  on pienin mahdollinen. Havaintojen mukaan  $m_H = 126 \text{ GeV}/c^2$  ja  $\lambda = 0.26$ .
  - Minimoi Higgsin potentiaali ja laske vakioiden  $h_i$  arvot elektronille, myonille, W-bosonille sekä up-, down-, bottom- ja top-kvarkeille (kun niiden massat tunnetaan).
  - Mikä on potentiaalin arvo minimissä, yksiköissä (eV)<sup>4</sup>?
- Edellisen tehtävän potentiaali Higgsin kentälle pätee tyhjässä avaruudessa. Jos avaruus on sen sijaan täynnä hiukkasista koostuvaa kuumaa kaasua, jolla on lämpötila  $T$  (kuten varhaisessa maailmankaikkeudessa), potentiaaliin tulee lisäksi termi  $k_B^2T^2\varphi^2$ , missä  $k_B$  on Boltzmannin vakio. Koko potentiaali on siis  $V(\varphi) = -\frac{1}{2}m_H^2c^4\varphi^2 + k_B^2T^2\varphi^2 + \frac{1}{4}\lambda\varphi^4$ .
  - Hahmottele miten potentiaalin muoto muuttuu pienestä lämpötilasta suureen lämpötilaan.
  - Missä lämpötilassa hiukkaset menettävät massansa?
- Suurilla energioilla QED:n kytkentävakio riippuu energiasta seuraavasti:

$$\alpha(E) = \frac{\alpha(E_0)}{1 - \frac{2}{3\pi}\alpha(E_0)\ln\frac{E}{E_0}},$$

missä  $E$  on energia ja  $E_0$  on joku vertailuskaala. Kokeellisesti tiedetään, että  $\alpha(M_Zc^2) \approx 1/128$ , missä  $M_Z$  on  $Z$ -bosonin massa.

- Piirrä kuvaaja  $\alpha(E)$ .
  - Mikä  $\alpha$  on mahdollisella yhtenäisteorian energiaskaalalla  $10^{16} \text{ GeV}$ ?
  - Millä energialla  $\alpha$  on ääretön?
4. Suurilla energioilla QCD:n kytkentävakio riippuu energiasta seuraavasti:

$$\alpha_s(E) = \frac{\alpha_s(E_0)}{1 + \frac{7}{2\pi}\alpha_s(E_0)\ln\frac{E}{E_0}},$$

missä  $E$  on energia ja  $E_0$  on joku vertailuskaala. Kokeellisesti tiedetään, että  $\alpha_s(M_Zc^2) \approx 0.118$ , missä  $M_Z$  on  $Z$ -bosonin massa.

- Piirrä kuvaaja  $\alpha_s(E)$ .
- Mikä  $\alpha_s$  on energialla  $10^{16} \text{ GeV}$ ?
- Millä energialla  $\alpha_s$  on 1?
- Ei kiinnitetäkään kytkentävakioita ehdolla  $\alpha_s(M_Zc^2) \approx 0.118$ , vaan oletetaan sen sijaan että  $\alpha_s(10^{16}\text{GeV}) = 1/(4\pi^2)$ . Millä energialla  $\alpha_s$  olisi 1?