Relativitetsteorins grunder Räkneövning 3 Våren 2014

Räkneövningen behandlas 3. och 4. februari.

1. Trots den lilla förseningen, hinner föregående räkneövnings assistent i tid till tenten. Han delar ut provpappren och rusar därefter iväg med hastigheten $0.9c$. När assistentens fickur visar att tiden t_0 har gått, sänder han en ljussignal till studerandena. När ljussignalen nått fram, tar provet slut. Bestäm t_0, så att provtiden blir fyra timmar. Rita assistentens och ljusstrålens världslinjer i tentsalens koordinatsystem.

2. Härled Lorentz-transformationerna utan antagandet att ljusets hastighet är densamma för alla observatörer, utan kräv istället att $(x^0)^2 - x^2 - y^2 - z^2$ ska vara invariant. Andra antaganden som kan användas är rörelsens relativitet och att inverstransformationen är väldefinierad. (Tips: x-axeln kan väljas att sammanfalla med hastighetens riktning. Situationen är alltså effektivt tvådimensionell. I föreläsningsanteckningarna finns härledningen som gjordes på föreläsningen.)

3. I en tvådimensionell euklidisk rymd med koordinaterna (x, y), kan man beskriva rotationer med hjälp av matriserna

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix},$$

   där θ är vridningsvinkeln. Visa att Lorentz-transformationer i 1+1-dimensionell Minkowskirymd, vars koordinater är (ct, x), kan nästan (men inte riktigt) beskrivas med nästan likadana matriser, vari det förekommer hyperboliska sinus samt hyperboliska cosinus. (Tips: definiera en ny variabel, w, via ekvationen $\tanh w = \beta$, där $\beta = v/c$.)

4. Låt oss fortsättningsvis studera det 1+1-dimensionella fallet. Låt $L(v)$, där v är hastigheten, vara Lorentz-transformationens matrisframställning. Visa att två på varandra följande Lorentz-transformationer (hastigheter v_1 och v_2) också kan framställas som en matris $L(u)$. Vad är u?