

Nämä tehtävät käsitellään 10. ja 11. helmikuuta.

1. Tarkastellaan nelivektoreita $A = (3, 1, 0, 2)$, $B = (1, -2, 0, -1)$ ja $C = (4, 2, 2, -\sqrt{8})$.
 - a) Laske vektorien pituudet. Mitkä niistä ovat ajan-, valon- ja paikanlaatuksia?
 - b) Laske $A \cdot B$, $B \cdot C$ ja $A \cdot C$ sekä $(A + B)^2$, $(B + C)^2$ ja $(C + A)^2$.
2. Hiukkasen kolminopeus koordinaatistossa K on $(v_x, v_y, v_z) = (0.1, 0.2, 0)c$.
 - a) Laske hiukkasen nelinopeus koordinaatistossa K .
 - b) Mikä on hiukkasen nelinopeus koordinaatistossa K' , joka liikkuu koordinaatiston K suhteen x -akselin suuntaan tasaisella nopeudella $0.4c$?
 - c) Mikä on nelinopeuden neliö koordinaatistossa K ? Entä koordinaatistossa K' ?
3. Kun LHC aloittaa protoni-protoni-törmäykset uudelleen keväällä 2015, törmäysenergiaa on määrä nostaa aiemmasta, niin että kun protonit törmäävät suoraan toisiinsa, on kiihdyttimen lepokoordinaatistossa kummankin energia 6.5 TeV. Protonin massa on $938 \text{ MeV}/c^2$.
 - a) Kuinka lähellä protonien nopeus on valonnopeutta kiihdyttimen lepokoordinaatistossa? (Vihje: sarjakehitelmä.)
 - b) Kuinka suuri on yhden protonin energia toisen protonin lepokoordinaatistossa?
 - c) Kuinka suuri on yhden protonin nopeus toisen protonin lepokoordinaatistossa?
 - d) Protoni on lepokoordinaatistossaan jokseenkin pallomainen pilvi kvarkkeja ja gluoneja, jonka säde on noin 10^{-15} m . Mikä on protonin läpimitta nopeuden suuntaan kiihdyttimen lepokoordinaatistossa? Entä toisen protonin lepokoordinaatistossa?
 - e) ATLAS-detektorista on Geneven lentokentälle matkaa detektorin lepokoordinaatistossa noin 6 km. Kuinka pitkä on tuo matka protonin lepokoordinaatistossa silloin kun sen nopeus sattuu olemaan juuri lentokenttää kohti?
4. Tarkastellaan avoimia saksia. Sakset koostuvat metalliatomeista, joiden välinen etäisyys on $r_A = 1 \text{ \AA}$ ja sidosenergia $E_s = 10 \text{ eV}$. Atomien massa on $m = 52 \text{ GeV}/c^2$. Saksia suljetaan kulmanopeudella $\omega = 10 \text{ s}^{-1}$, joten etäisyydellä R saksien tyvestä oleva atomi liikkuu nopeudella $v = \omega R$. Osoita että vierekkäisten atomien liike-energioiden erotus on

$$\Delta E_k = [\gamma(\omega R + \omega r_A) - \gamma(\omega R)]mc^2 \simeq \gamma(\omega R)^3 m \omega^2 R r_A ,$$

missä tavalliseen tapaan $\gamma(v) = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Oletetaan, että sakset katkeavat kun $\Delta E_k > E_s$. Kuinka pitkällä katkeamiskohta on (eli mikä on R)? Mikä on atomien nopeus katkeamiskohdassa? (Lukuarvot pitää selvittää kuvaajista graafisesti. Pisteiden saamiseksi riittää kuitenkin johtaa yhtälö, josta lukuarvot määritetään. Muista sarjakehitelmä.)