

Nämä tehtävät käsitellään 17. ja 18. helmikuuta.

- Osoita, että neli-impulssin säilymisen takia elektroni-positroni-pari ei voi annihiloitua yhdeksi fotoniksi, eli että reaktio  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma$  on mahdoton.
- GPS-satelliitit kiertävät 20 200 km:n korkeudella maanpinnasta.
  - Montako mikrosekuntia GPS-satelliitin kellon käynti eroaa aikadilataation takia maanpinnan kanssa levossa olevan kellon käynnistä yhden vuorokauden aikana?
  - Kulkeeko GPS-satelliitin kello maanpinnan kanssa levossa olevan havaitsijan mielestä hänen omaa kelloaan hitaammin vai nopeammin? Onko tämä aikadilataatio suhteellinen vai absoluuttinen?  
Maapallon säde on 6 400 km ja massa  $6.0 \times 10^{24}$  kg. (Aikadilataation voi tässä laskea olettaen että kiertonopeus on vakio.)
- Joillakin kosmisilla säteillä (eli Maapallolle saapuvilla varatuilla hiukkasilla) on äärimmäisen korkea liike-energia. Tarkastellaan protonia, jonka kokonaisenergia Maapallon lepokoordinaatistossa on  $10^{20}$  eV. Protonin massa on  $938 \text{ MeV}/c^2$ .
  - Kuinka lähellä valonnopeutta protonin nopeus on Maapallon lepokoordinaatistossa?
  - Oletetaan, että protoni törmää ilmakehässä olevaan happiatomiin, jonka massa on  $15 \text{ GeV}/c^2$ . Mikä on protonin energia massakeskipistekoordinaatistossa (eli koordinaatistossa, jossa protonin ja happiatomin kolmiliikemäärien summa on nolla)? Entä happiatomin? Miten nämä energiat suhtautuvat harjoituksen 4 tehtävässä 3 mainittuun LHC:n protonien törmäysenergiaan?
- Johda kolmiulotteisen euklidisen avaruuden metriikka pallokoordinaateissa. (Vihje: Kirjoita pitiuden neliö  $ds^2$  karteesisissa koordinaateissa ja ilmaise karteesiset koordinaatit pallokoordinaattien avulla. Muista että  $dx = \frac{\partial x}{\partial r} dr + \frac{\partial x}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial x}{\partial \phi} d\phi$ , ja vastaavasti koordinaateille  $y$  ja  $z$ . Kannattaa laskea  $\frac{\partial x}{\partial r}$  ja muut osittaisderivaatat ensin. Ks. oppikirjan luku 9.)